

# NOMINALNA, RELATIVNA I KONFORMNA KAMATNA STOPA

Neka je  $p$  – godišnja kamatna stopa

Ukoliko se obračun kamata vrši  $m$  puta godišnje, onda godišnjoj kamatnoj stopi  $p$  za  $m$ -ti dio godine odgovara kamatna stopa:

$\frac{p}{m}$  - **RELATIVNA kamatna stopa za  $m$ -ti dio godine.**

Konačna suma  $K_1$ , koju dobijamo ulaganjem sume  $K_0$  uz godišnju kamatnu stopu  $p$  i uz  $m$  obračuna godišnje, iznosi:

$$K_1 \equiv K_{1,m} = K_0 \left(1 + \frac{p}{100m}\right)^m$$

Za  $n$  godina, pod istim uslovima, konačan iznos bi bio:

$$K_{n,m} = K_0 \left(1 + \frac{p}{100m}\right)^{nm}$$

# NEPREKIDNO UKAMAĆIVANJE

Broj kapitalisanja

$$m \rightarrow \infty$$

Kroz  $n$  godina konačan iznos bi bio:

$$K_n = \lim_{m \rightarrow \infty} K_{n,m} = \lim_{m \rightarrow \infty} K_0 \left(1 + \frac{p}{100m}\right)^{nm} = K_0 e^{np/100}$$

$$e = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m$$

# KONFORMNA KAMATNA STOPA

**KONFORMNA kamatna stopa za m-ti dio godine ( $p_m$ )** koja odgovara godišnjoj kamatnoj stopi  $p$  je ona kamatna stopa čijom primjenom  $m$  puta na glavnici  $K$ , pri složenom interesu, dobijamo isti iznos kao i pri ulogu glavnice  $K$  na jednu godinu uz godišnju kamatnu stopu  $p$  i godišnji obračun.

$$K\left(1 + \frac{p}{100}\right) = K\left(1 + \frac{p_m}{100}\right)^m$$

odakle je

$$p_m = 100 \cdot \left(\sqrt[m]{1 + \frac{p}{100}} - 1\right)$$

# NOMINALNA KAMATNA STOPA

**NOMINALNA kamatna stopa** je jednaka proizvodu konformne stope  $p_m$  (za  $m$ -ti dio godine) i broja  $m$ .

Iz relacije: 
$$\left(1 + \frac{P_m}{100}\right)^m = 1 + \frac{P}{100}$$

Primjenom binomnog obrazca dobijamo da je:

$$1 + \frac{mp_m}{100} + \binom{m}{2} \left(\frac{P_m}{100}\right)^2 + \dots + \left(\frac{P_m}{100}\right)^m = 1 + \frac{P}{100}$$

Odbacivanjem trećeg i svih daljih članova na lijevoj strani, slijedi:

$mp_m < p$  **nominalna kamatna stopa je manja od odgovarajuće godišnje stope**

$p_m < \frac{p}{m}$  **za datu godišnju kamatnu stopu  $p$ , odgovarajuća konformna stopa je manja od relativne kamatne stope  $m$ -tog dijela godine**

# ESKONTNI RAČUN

**MJENICA** je vrednosni papir određene forme kojim se jedno preduzeće (uopšte: dužnik, emitent) obavezuje da će u ugovorenom roku - *roku dospjeća* isplatiti drugom preduzeću (uopšte: povjeriocu, vlasniku) iznos novca naznačen na mjenici, tzv. *nominalnu vrijednost mjenice*.

Kamata se obračunava po prostom interesnom računu i uz primjenu anticipativnog obračuna kamata (unaprijed na nominalnu (konačnu) vrijednost).

Zajmoprimcu se isplaćuje nominalni iznos umanjen za kamate a nakon ugovorenog roka korisnik zajma je dužan podmiriti zajmovcu nominalni iznos zajma.

Rok dospjeća mjenice je obično nekoliko dana ili nekoliko mjeseci.

# ESKONTNI RAČUN

$$K_n = K_0 + \frac{np}{36.000} \cdot K_n$$

$$K_0 = K_n \left(1 - \frac{np}{36.000}\right)$$

$$K_n - K_0 = \frac{K_n \cdot np}{36.000}$$

$K_n$  - nominalna vrijednost mjenice

$K_0$  – eskontovana vrijednost mjenice

$p$  – godišnja kamatna stopa

$n$  - broj dana za koje treba obračunati kamatu

Ovako obračunata kamata zove se (**komercijalni**) **ESKONT**.

Kod **racionalnog eskonta** kamata iznosi  $K_0 np/36.000$  (dekurzivni metod).

Prilikom obračuna eskonta dan eskontovanja se ne računa, a posljednji dan se računa u broj dana za koje treba obračunati kamatu.

# UTVRĐIVANJE CIJENA INSTRUMENTATA NA TRŽIŠTU NOVCA

- **Instrumenti tržišta novca** su dužničke hartije od vrijednosti sa rokovima dospijeća do jedne godine.
- **Prema tipu izdavaoca**, instrumenti tržišta novca su:
  1. finansijski instrumenti države i centralne banke (kratkoročne državne obveznice, obveznice državnih agencija);
  2. korporativni kratkoročni finansijski instrumenti (komercijalni zapisi);
  3. bankarski instrumenti (depozitni certifikati, blagajnički zapisi, bankarski akcepti);
  4. kratkoročne polise osiguravajućih kompanija;

# STOPA PRINOSA I DISKONTNA STOPA

**Stopa prinosa** se definiše kao prirast kapitala (tj. interes) u odnosu na početnu vrijednost kapitala. Ukoliko je iznos od  $K$  novčanih jedinica uložen za vremenski period  $t$  uz prost interes po interesnoj stopi  $i$ , njegova krajnja vrijednost  $K_t$  će iznositi

$$K_t = K \cdot (1 + it) \quad \longrightarrow \quad it = \frac{K_t - K}{K}$$

**Diskontna stopa** se definiše kao prirast kapitala (tj. diskont) u odnosu na krajnju vrijednost kapitala. Početna vrijednost kapitala čija je krajnja vrijednost  $K_t$  poznata, pri diskontnoj stopi  $d$  i vremenskom periodu  $t$ , iznosi:

$$K = K_t \cdot (1 - dt) \quad \longrightarrow \quad dt = \frac{K_t - K}{K_t}$$



# STOPA PRINOSA I DISKONTNA STOPA

Određivanjem početne vrijednosti kapitala na osnovu sljedeće dvije relacije:

$$K_t = K \cdot (1 + it) \quad \text{i} \quad K = K_t \cdot (1 - dt)$$

dolazi se do izraza:  $\frac{K_t}{1 + it} = K_t(1 - dt) \Rightarrow \frac{1}{1 + it} = 1 - dt$

Odakle se sređivanjem dobija izraz za diskontnu stopu:

$$d = \frac{i}{1 + it} \quad \text{gdje je } i \text{ ekvivalentna stopa prinosa}$$

Polazeći od iste jednakosti, stopu prinosa je moguće izraziti preko njoj odgovarajuće diskontne stope kao:

$$i = \frac{d}{1 - dt}$$

# Zadatak

*Kratkoročna državna obveznica je kotirana po diskontnoj stopi od 11%. Preostali broj dana do dospijeća iznosi 120. Koliko iznosi ekvivalentna stopa prinosa?*

## **Rješenje:**

$$d = 11\% = 0,11$$

$$t = 120/360$$

$$i = \frac{0,11}{1 - 0,11 \times \frac{120}{360}}$$

Ekvivalentna stopa prinosa za datu obveznicu iznosi 11,42%.

# IZRAČUNAVANJE CIJENA I PRINOSA HARTIJA OD VRIJEDNOSTI

Cijena koju je investitor spreman da plati za bilo koji finansijski instrument predstavlja sadašnju vrijednost očekivanog budućeg neto novčanog toka po osnovu posjedovanja datog instrumenta.

Prema načinu formiranja cijene i izračunavanja prinosa, hartije od vrijednosti tržišta novca mogu biti:

- ***diskontne hartije od vrijednosti*** (kratkoročne državne obveznice, komercijalni zapisi i bankarski akcepti);
- ***kamatonosne hartije od vrijednosti*** (depozitni certifikati, kratkoročne obveznice državnih agencija itd).

# DISKONTNE HARTIJE OD VRIJEDNOSTI

Diskontne hartije od vrijednosti se prodaju po cijeni koja je niža od njihove nominalne vrijednosti za diskont, odnosno za visinu prinosa obećanog investitoru.

Najčešće diskontne hartije od vrijednosti su kratkoročne državne obveznice, komercijalni zapisi i bankarski akcepti.

Obračun prinosa  $D$  vrši se primjenom diskontne stope  $d$  na nominalnu vrijednost  $NV$ , uvažavajući broj dana  $n$  do roka dospijeća hartije:

$$D = NV \times d \times \frac{n}{360}$$

# DISKONTNE HARTIJE OD VRIJEDNOSTI

Cijena diskontne hartije od vrijednosti koja se kupuje prije roka dospjeća predstavlja razliku nominalne vrijednosti i diskonta:

$$P = NV \left(1 - d \frac{n}{360}\right)$$

Cijena diskontnog instrumenta pomoću ekvivalentne stope prinosa (umjesto diskontne stope) iznosi:

$$P = \frac{NV}{1 + i \frac{n}{360}}$$

# DISKONTNE HARTIJE OD VRIJEDNOSTI

**Stopa prinosa do dospijeća** (yield to maturity) koju ostvaruje investitor u finansijski instrument sa diskontom utvrđuje se primjenom sljedećeg obrasca:

$$i = \frac{\textit{nominalna vrijednost} - \textit{kupovna cijena}}{\textit{kupovna cijena}} \times \frac{360}{n}$$

gdje je  $n$ - broj dana do dospijeća hartije

Ukoliko investitor proda hartiju od vrijednosti prije njenog dospijeća, ostvariće prinos adekvatno vremenskom periodu držanja hartije. Ostvarena stopa prinosa u periodu posjedovanja hartije se može izračunati kao:

$$i = \frac{\textit{prodajna cijena} - \textit{kupovna cijena}}{\textit{kupovna cijena}} \times \frac{360}{n}$$

# KRATKOROČNE DRŽAVNE OBVEZNICE

Država emituje kratkoročne obveznice radi finansiranja kratkoročnog budžetskog deficita ili refinansiranja ranije izdatih obveznica.

Visoka likvidnost i efikasnost tržišta, kao i država u ulozi garanta, uslovljavaju nerizičan tretman ove vrste hartija.

Usled navedenih investicionih kvaliteta, stopa prinosa kratkoročnih državnih obveznica je najniža u odnosu na stope drugih kratkoročnih hartija od vrijednosti.

Od američkog naziva ove vrste hartija Treasury bills, potiče i globalno prihvaćeni skraćeni naziv T-bills.

# Zadatak

*Kolika je prodajna cijena kratkoročne državne obveznice od 10.000€, sa rokom dospijeća 22.03.2011. godine i diskontnom stopom od 1,64%, na dan 11.12.2010. godine?*

## **Rješenje:**

Cijena diskontne hartije od vrijednosti koja se kupuje prije roka dospijeća jednaka je razlici između nominalne vrijednosti i diskonta:

$$P = NV\left(1 - d\frac{n}{360}\right)$$



# Zadatak

U ovom zadatku važi:

$$NV=10.000$$

$$n (11.12.-22.03.)=20+31+28+22=101$$

$$d= 1,64\%=0,0164$$

Cijena kratkoročne državne obveznice:

$$P = 10.000 \left( 1 - 0,0164 \frac{101}{360} \right) = 9953,99$$

Pod pretpostavkom držanja instrumenta do dospjeća, zaključujemo da diskont (razlika između nominalne i prodajne cijene) iznosi 46,01€ i predstavlja prinos za investitora.

# KOMERCIJALNI ZAPISI

**Komercijalni zapisi (papiri)** su kratkoročne dužničke hartije od vrijednosti koje izdaju nefinansijske institucije, prvenstveno velika preduzeća visokog boniteta.

Rokovi dospjeća komercijalnih zapisa iznose od 7 do 270 dana.

Relativno veći kreditni rizik za investitore nadoknađuje se većim prinosom u odnosu na kratkoročne državne obveznice.

# Zadatak

*Dana 15.09.2009. godine investitor želi da kupi komercijalni zapis koji je izdao L'oreal i koji dospijeva na naplatu 15.12.2009. godine. Prilikom izdavanja zapisa aktualna kamatna stopa na tržištu novca je 3,75% a njegova nominalna vrijednost je 100000€.*

*a. Kolika je tržišna cijena instrumenta?*

*b. Kolika bi bila tržišna cijena instrumenta ako je diskontna stopa d 3,47%?*

# Zadatak

## Rješenje:

Poznate veličine su:

$$n(15.09.-15.12.)=15+31+30+15=91$$

$$i=3,75\%=0,0375$$

$$NV=100.000$$

a) *Tržišna cijena instrumenta:*

$$P = NV (1 - dt) = NV \left(1 - \frac{i}{1 + it} \times t\right)$$

*Odnosno:*

$$P = NV \left(\frac{1 + it - it}{1 + it}\right) = NV \frac{1}{1 + it} = \frac{NV}{1 + i \frac{n}{360}}$$

$$P = \frac{100.000}{1 + 0,0375 \frac{91}{360}} = 99060,98$$

# Zadatak

## Rješenje:

b)

$$P = NV (1 - dt)$$

$$P = 100.000 \left( 1 - 0,0347 \times \frac{91}{360} \right) = 99.122,86$$